der verminderten Absonderungsgeschwindigkeit des Speichels wächst. Rücksichtlich des letzteren Punktes sind namentlich die Daten unserer Tabellen lehrreich, welche aus der Nachwirkung des Reizes genommen sind.

Über die Abhängigkeit des elektrischen Leitungswiderstandes von der Grösse und Dauer des Stromes.

Von **Moriz Benedikt**,
Candidat der Medicin.

Wir definiren die elektromotorische Kraft durch das Product aus der im Systeme wandernden Summe von Kraft — dem Strome — in die Summe der geleisteten Arbeit — den Leitungswiderstand. Wir wollen diese Arbeit nur in so ferne betrachten, als sie in einem Drathe ausgeübt wird. Es frägt sich, ist diese geleistete Arbeit blos von der Natur des Drathes und für dessen Dimensionen abhängig, oder ist sie auch eine Function der Stromstärke? Unter Stromstärke verstehe ich $\frac{E}{W}$, wo E die elektromotorische Kraft und W den wesentlichen Widerstand bedeutet.

Um diese Frage vom theoretischen Standpunkte zu beantworten, müssen wir uns Alles, was über die Vorgänge beim Durchgehen eines Stromes durch einen Drath bekannt ist, vergegenwärtigen. Wir wissen:

1. dass Längsschwingungen erregt werden, welche einen entsprechenden Ton erzeugen;

2. dass in einem bestimmten Verhältnisse mit der Stromstärke Wärme frei wird;

3. dass die entwickelte Wärme in einem bestimmten Zusammenhange mit dem Leitungswiderstande steht,

4. wie es die Contraction des Muskels beim Hineinleiten eines Stromes und die Veränderung des Cohäsionszustandes von Kupfer- und Eisen-Dräthen bei längerer Einwirkung der Elektricität nach Dufour zeigt, dass der Strom eine Änderung im Zusammenhange und Abstande der Theilchen bewirkt.

Der erste Punkt gibt uns über das zu lösende Problem um so weniger Auskunft, als die Abhängigkeit des Wesens eines solchen Längstones von der Stärke der einwirkenden Kraft überhaupt unbekannt ist. Der zweite und dritte Punkt lassen eine gewisse Abhängigkeit der geleisteten Arbeit von der Stromstärke vermuthen — eine Vermuthung, die durch den 4. Punkt zur hohen Wahrscheinlichkeit erhoben wird. Über die Art der Abhängigkeit gibt folgende Betrachtung Anhaltspunkte. Die Petřina'schen Arbeiten über Stromtheilung zeigen uns, dass sich die Componenten, in die sich der Strom zerlegt, verkehrt verhalten, wie die Hindernisse. Es liegt daher aus diesem und auch aus allgemeinen Vernunftgründen nahe, wenigstens für Elektricität den Satz aufzustellen, dass, wenn eine Kraft in zwei verschiedenen Arten wirken kann, die Componenten jener Kraft sich verkehrt verhalten, wie die Hindernisse, die sich diesen Wirkungsarten entgegenstellen. Gilt dieser Satz nicht blos für die Theilung der elektrischen Kraft in Bezug auf die fernere Fortpflanzung, sondern auch für die Theilung in Bezug auf Fortpflanzung und moleculare Action, so ergibt sich folgendermassen das Gesetz für die Abhängigkeit der geleisteten Arbeit von der Stärke des Stromes. Da nämlich die Intensität der Attractiv- und Repulsiv-Kraft im quadratischen Verhältnisse der Nähe zunimmt, so ist klar, dass bei einer weitern molecularen Action die Hindernisse im quadratischen Verhältnisse zu- oder abnehmen, je nachdem der Repulsiv- oder Attractionskraft entgegengearbeitet wird. Daraus folgt aber auch, wenn der obige Satz, dass die Theilung der Arbeit den Hindernissen verkehrt proportional ist, wahr erscheint, dass der Strom zur molecularen Arbeit in einem quadratischen directen oder indirecten Verhältnisse steht.

Um diesen Betrachtungen und Vermuthungen eine experimentelle Basis zu geben, unternahm ich, mit Erlaubniss des Herrn Regierungsrathes R. v. Ettingshausen, eine Untersuchungsreihe im k. k. physicalischen Institute, wozu mich noch der Umstand ermuthigte, dass bei den verschiedenen Autoren die Angaben über den specifischen Leitungswiderstand der Art differiren, dass der Unterschied nach meiner Überzeugung nicht von den Bruchtheilen eines Percents mechanischer Beimengung, sondern von der Verschiedenheit der elektrischen Quantitäten, mit denen die verschiedenen Autoren arbeiteten, herrührt. Der Parallelismus, der sich zwischen magnetischen und diamagnetischen Substanzen in Bezug auf ihre physicali-

schen und elektromagnetischen Eigenschaften durchführen lässt, bewog mich eine grössere Reihe von Dräthen in meine Versuchsreihe einzubeziehen, um auch in dieser Beziehung eine etwaige Differenz ausfindig zu machen. Diese Vermuthung erwies sich durch die Experimente als eine wohlbegründete. Einige Umstände machten mich ferner darauf aufmerksam, dass ein Drath durch längern Gebrauch als Leiter, sein Leitungsvermögen ändere. Ich untersuchte daher auch diese Variation bei verschiedenen Dräthen und erhielt auch für heterogene Metalle essentiell verschiedene Resultate.

Die Methode, die ich bei meinen Versuchen befolgte, war folgende.

Ich bestimmte mir nach den allgemeinen Principien die elektromotorische Kraft E eines oder mehrerer Jedlik'schen Zinkkohlenelemente, ebenso deren wesentlichen Widerstand W und Stromstärke S. Als Normaldrath benützte ich $^1/_4$ Meter eines 0·18 Millim. dicken versilberten Kupferdrathes. Das Normalstück wurde bei jedem Versuche gewechselt, da sich dessen Leitungswiderstand möglicherweise durch längeren Gebrauch ändern konnte.

Die Stromstärke wurde nach der Weber'schen Formel $g = \frac{TR\, tg\, u}{2k}$ bestimmt, wobei jedoch T (die horizontale Componente des Erdmagnetismus) nicht weiter bestimmt wurde, so dass alle folgenden Angaben über elektromotorische Kraft und Stromstärke eigentlich mit T zu multipliciren sind. R der mittlere Halbmesser des Messingreifens der nach Gangain verbesserten Tagentenboussole beträgt 109 Millim. Statt des eigentlichen Normaldrathes $^1/_4$ Meter auf den die Reduction gemacht wurde, schaltete ich immer $^1/_2$ Meter, also den Widerstand = 2 ein. Darauf beziehen sich die folgenden Angaben von u_n, g_n, d. i. der Ablenkungswinkel und die Stromstärke bei Einschaltung des Widerstandes = 2.

Den Widerstand (W') eines zu prüfenden Drathes fand ich, nachdem ich die, diesem Widerstande zukommende Stromstärke bestimmt hatte (S'), nach folgenden Formeln:

$$\frac{E}{S} = W; \quad \frac{E}{S'} = W + W'; \quad (1)\ W' = \frac{E}{S'} - \frac{E}{S} = \frac{E}{S'} - W.$$

Die Buchstaben haben die Bedeutung, die soeben angegeben wurde. Wollte ich den Widerstand für mehr als ein Element bestimmen, so suchte ich die Daten E und W für jedes Element, fand die

entsprechenden Zahlen für eine Combination von Elementen durch Summirung der Daten der einzelnen Elemente und bestimmte das neue *W* nach der Formel I.

Aus einer grösseren Menge von Versuchsreihen, die wenigstens alle dasselbe qualitative Resultat gaben, theile ich die verlässlichsten und am meisten charakteristischen mit. In den folgenden Tabellen bedeutet *Ae* Anzahl der Elemente; die römischen Ziffern unter der Rubrik *Ae* die Zahl der Elemente, die arabischen die Numern derselben, so dass $II_{3,4}$ zwei Elemente, Numero 3 und 4 bedeutet. "*u*" bedeutet „Ablenkungswinkel", "*W*" Widerstand, "*E*" elektromotorische Kraft, "*g*" Stromstärke. Von den Indices bedeutet "*o*", dass kein Drath eingeschaltet wurde, "*n*", dass ½ Meter des Normaldrathes, "*k*", "*z*", "*pt*", dass ein Kupfer-Zink-Platin-Drath eingeschaltet war. So bedeutet z. B. u_n den Ablenkungswinkel beim Widerstande 2, *Wk* den Widerstand eines Kupferdrathes etc.

Die einzelnen Beobachtungen sind in der Reihe gemacht, wie sie angeführt werden. Es wurden die Beobachtungen entweder anfangs mit mehreren Elementen gemacht, oder umgekehrt.

Versuche mit Kupferdräthen.

a)

Ae	u_o	u_n	u_k	g_o	g_n	g_k	Wo	Wk	E
I_2	78⅓°	21°	63½°	83·99	6·66	34·78	0·17	**0·24**	14·28
$II_{1,2}$				131·00		44·60	0·49	**0·17**	29·32
I_1	69¾°	20½°	57½°	47·01	6·48	27·22	0·32	**0·24**	15·04

Anmerkung. Die Identität des Widerstandes für je zwei Elemente zeigt die hohe Verlässlichkeit dieser Daten.

b)

Ae	u_o	u_n	u_k	g_o	g_n	g_k	Wo	Wk	E
$IV_{1,2,3,4}$			67°			40·70	1·16	**0·06**	58· 02
I_1	68¼°	19½°	52¾°	43·47	6·14	22·81	0·33	**0·30**	14·345
$III_{2,3,4}$			68½°			44·03	0·83	**0·16**	43· 68
I_2	69¾°	20½°		46·80	6·48		0·32		14·976
$II_{3,4}$			65°			37·19	0·51	**0·26**	28· 70
I_3	72¾°	20¼°		52·13	6·40		0·28		14· 60
I_4	72½°	20¼°		55·00	6·40		0·23		14· 10

Anmerkung. Die Versuche sub *b* sind mit einem andern Drathe und in einer andern Zeit gemacht.

Zu gleicher Zeit mit der Versuchsreihe sub *a* wurde auch der Leitungswiderstand eines dritten Drathes bestimmt und folgende Zahlen erhalten:

c)

Ae	u_o	u_n	u_k	g_o	g_n	g_k	Wo	Wk	E
I_2	78⅓°	21°	64½°	83·99	6·66	36·36	0·17	**0·22**	14·28

Diese Zahlen sind natürlich ebenso verlässlich, wie die sub *a*.

Dieser Drath wurde durch mehrere Stunden dem Strome eines Elementes ausgesetzt und dann wieder auf seinen Leitungswiderstand untersucht, und zwar mit folgendem Resultate.

d)

Ae	u_o	u_n	u_k	g_o	g_n	g_k	Wo	Wk	E
I_1	78½°	22¼°	62½°	82·25	7·09	33·31	0·18	**0·28**	15·34
I_2	80°	22¾°	62¾°	98·36	7·27	33·67	0·16	**0·28**	15·74

Anmerkung. Auch diese Resultate zeigen einen hohen Grad von Verlässlichkeit.

Qualitative Resultate aus diesen Versuchen:

1. Der Widerstand nimmt ab, wenn die Stromstärke wachst.
2. Er nimmt zu mit der Dauer des Stromes.

Versuche mit Zinkdrath.

a)

Ae	u_o	u_n	u_z	g_o	g_n	g_z	Wo	Wz	E
I_1	73½°	21½°	63¼°	58·55	6·83	34·78	0·26	**0·18**	15·24
I_2	78¾°	22°	67°	87·19	7·01	40·86	0·17	**0·19**	14·82
$II_{1,2}$			72¾°	145·74		55·85	0·43	**0·11**	30·05
$III_{1,2,3}$			75¼°	239·31		65·88	0·60	**0·09**	45·91
I_3	79½°	22¾°		93·57	7·27		0·17		15·92

b)

Ae	u_o	u_n	u_z	g_o	g_n	g_z	Wo	Wz	E
I	78½°	21¾°	67°	85·24	6·92	40·86	0·18	**0·19**	15·34

c)

Ae	u_o	u_n	u_z	g_o	g_n	g_z	Wo	Wz	E
I	78°	23½°	66¾°	81·59	7·48	44·60	0·21	**0·21**	17·13

d)

Ae	u_o	u	u_z	g_o	g_n	g_z	Wo	Wz	E
I	78½°	22¼°	66¼°	85·24	7·09	39·41	0·18	**0·207**	15·34

Anmerkung. Die Werthe von *Wz* für ein Element zeigen, wie zuverlässig diese Daten sind. Dieser Drath wurde hierauf mehrere Mal durch einige Stunden einem Strome ausgesetzt und dabei die Daten sub *b)*, *c)* und *d)* gefunden. Diese Daten wurden an zwei auf einander folgenden Tagen gefunden.

Qualitative Resultate aus diesen Versuchen:

1. Der Widerstand nimmt ab mit der wachsenden Stromstärke.
2. Der Widerstand nimmt zu mit der Stromdauer.

Versuche mit Stahldrath.

a)

Ae	u_o	u_n	u_{st}	g_o	g_n	g_{st}	Wo	Wst	E
I_1	63¼°	20½°	20°	34·41	6·48	6·31	0·45	**2·00**	15·48
$II_{1,2}$			27¾°	89·42		9·125	0·74	**2·70**	31·43
I_2	72½°	21¾°		55·01	6·92		0·29		15·95
$III_{1,2,3}$			33½°			11·48	0·98	**3·02**	45·95
I_3	74°	20¾°		60·48	6·57		0·24		14·52
IV			34¼°			11·81	1·31	**3·86**	61·07

Anmerkung. I_4 wurde nicht direct bestimmt, und das dazu gehörige *E* und *Wo* aus dem Mittel der andern drei Elemente bestimmt.

Dieser Drath wurde ebenfalls durch einige Stunden der Einwirkung eines Stromes ausgesetzt und folgende Resultate dann gefunden.

b)

Ae	u_o	u_n	u_{st}	g_o	g_n	g_{st}	Wo	Wst	E
I	78½°	22¼°	25½°	85·25	7·09	8·27	0·18	**1·67**	15·34

Qualitative Resultate aus diesen Versuchen:

1. Der Widerstand wächst mit der zunehmenden Stromstärke.
2. Der Widerstand nimmt ab mit der Dauer des Stromes.

Versuche mit Platindrath.

Ae	u_o	u_n	u_{pt}	g_o	g_n	g_{pt}	Wo	Wpt	E
I_1	78½°	22¼°	12¼°	85·24	7·09	3·77	0·18	**3·89**	15·34
I_2	80¾°	23°	13¼°	106·50	7·36	4·08	0·148	**3·72**	15·79
$II_{1,2}$			19⅓°	191·74		6·08	0·328	**4·79**	31·13
$III_{1,2,3}$			23¼°	285·29		7·45	0·492	**5·74**	46·47
I_3	79½°	22¼°	13⅓°	93·55	7·09	4·11	0·164	**3·568**	15·34

Anmerkung. Die Angaben für *Wpt* variiren hier um drei in der zweiten Stelle.

Qualitative Resultate aus diesen Versuchen:

Der Widerstand wächst mit der zunehmenden Stromstärke.

Versuche mit Messingdrath.

a)

Ae	u_o	u_n	u_m	g_o	g_n	g_m	Wo	Wm	E
I_1	78½°	22¼°	36½°	85·25	7·09	12·8	0·18	**1·02**	15·34
$II_{1,3}$			50¾°			21·23	0·34	**1·12**	31·08
I_2	80°	22¾°		98·36	7·27		0·16		15·74

Anmerkung. Diese Versuche sind aus derselben Reihe wie die bei Kupfer sub *a*.

Dieser Drath wurde ebenfalls durch längere Zeit einem Strome ausgesetzt und dann folgende Resultate erlangt.

b)

Ae	u_o	u_n	u_m	g_o	g_n	g_m	Wo	Wm	E
I_1	73½°	21½°	39½°	58·55	6·83	14·30	0·26	**0·80**	15·22
I_2	78¾°	22°	40¾°	87·19	7·03	14·94	0·17	**0·82**	14·82

Qualitative Resultate aus diesen Versuchen:

1. Der Leitungswiderstand nimmt zu mit der wachsenden Stromstärke.
2. Der Widerstand nimmt ab mit der grösseren Stromdauer.

Allgemeine qualitative Resultate:

Bei den (diamagnetischen) Kupfer- und Zinkdräthen nimmt mit der wachsenden Stromstärke der Widerstand ab, bei den (magnetischen) Stahl- und Platindräthen aber zu. Messing, über dessen magnetisches Verhalten ich keine specielle Versuche machte, befolgt ganz das Gesetz der genannten magnetischen Körper.

Die erstere Reihe von Dräthen hat ferner die Eigenthümlichkeit, dass ihr Widerstand mit der Zeit des Gebrauches zunimmt, während er bei den anderen abnimmt.

Quantitative Bestimmung des Änderungs-Gesetzes.

Eine oberflächliche Betrachtung der gewonnenen Resultate zeigt schon, dass sich die Quadrate der Leitungswiderstände entweder direct oder indirect verhalten, wie die Stromstärken. — Unter Stromstärke ist hier nicht jene verstanden, die bei der Einschaltung resultirt, sondern jene, die ohne alle Einschaltung zum Vorschein kommt,

also jene Summe von elektromotorischer Kraft, die gleichsam aus den Pforten des Elementes hervorkommt, um den Drath zu durchwandern. Das oben erwähnte Gesetz bekommt durch folgende Rechnungen seine volle Giltigkeit.

Nehmen wir zuerst die Daten für Kupfer sub *a*, so haben wir für die Stromstärke im oben erörterten Sinne bei einem Elemente 83·99, für zwei Elemente 131·00, für den Widerstand bei einem Elemente "0·24", bei zwei "0·17". Da die Widerstände mit den wachsenden Stromstärken abnehmen, so haben wir nach der Formel $s : s' = l'^2 : l^2$.

$$131{\cdot}00 : 83{\cdot}99 = (0{\cdot}24)^2 : x^2;\ 1{\cdot}555 = \frac{(0{\cdot}24)^2}{x^2};\ x\sqrt{1{\cdot}555} =$$
$$= 0{\cdot}24 = x\,.\,1{\cdot}247;\ x = \mathbf{0{\cdot}19}.$$

Der Versuch gibt 0·17, also eine Differenz, die im hohen Grade befriedigend ist, da auch die ähnlichen Versuche von Lenz zeigen, dass die Fehlergrenze eine weitere ist.

Nach derselben Formel haben wir für Zink folgende Resultate:

Für zwei Elemente:

$$145{\cdot}74 : 58{\cdot}55 = (0{\cdot}18)^2 : x^2$$
$$2{\cdot}489 = \frac{(0{\cdot}18)^2}{x^2}$$
$$x\sqrt{2{\cdot}489} = 0{\cdot}18$$
$$x = 0{\cdot}18 : 1{\cdot}609$$
$$x = \mathbf{0{\cdot}11}.$$

Der Versuch gibt auch **0·11.**

Für drei Elemente:

$$239{\cdot}74 : 58{\cdot}55 = (0{\cdot}18)^2 : x^2$$
$$4{\cdot}087 = \frac{(0{\cdot}18)^2}{x^2}$$
$$x\sqrt{4{\cdot}087} = 0{\cdot}18$$
$$x = \frac{0{\cdot}18}{2{\cdot}022}$$
$$x = \mathbf{0{\cdot}0889}.$$

Der Versuch gibt **0·09.**

Bei Platin gilt hingegen offenbar die Formel $s : s' = l^2 : l'^2$.

Wir haben also für zwei Elemente:

$$191\cdot74 : 106\cdot50 = (4\cdot79)^2 : x^2$$

$$2\cdot249 = \frac{(4\cdot79)^2}{x^2}$$

$$x\sqrt{2\cdot249} = 4\cdot79$$

$$x = 4\cdot79 : \sqrt{2\cdot249}$$

$$x = \mathbf{4\cdot32}$$

Der Versuch gibt 3·72, also eine Differenz von 6 in der zweiten Stelle. Die Daten für *Wpt* zeigen aber, dass diese Differenz für Platin ebenfalls noch innerhalb der Fehlerquellen liegt.

Für drei Elemente haben wir:

$$285\cdot29 : 106\cdot50 = (5\cdot74)^2 : x^2$$

$$2\cdot678 = \frac{(5\cdot74)^2}{x^2}$$

$$x = \frac{5\cdot74}{\sqrt{2\cdot678}} = \frac{5\cdot74}{1\cdot637}$$

$$x = 3\cdot506$$

Der Versuch gibt 3·72. Es ist also hier eine Differenz 0·22 die sehr befriedigend ist.

Es folgen daher aus den Versuchen folgende wichtige Resultate:

1. Von einem specifischen Leitungswiderstande in dem früheren Sinne kann nicht mehr die Rede sein.

2. Die Formel für den Leitungswiderstand $\frac{k\,l}{\pi r2}$, wo k eine von der Natur des Metalls abhängige Constante, l die Länge und r den Halbmesser des Drathes bezeichnet, ist für eine Reihe von Metallen — vielleicht allen diamagnetischen — mit $\frac{1}{\sqrt{s}}$, wo s durch die Formel $\frac{E}{W}$, unter W den wesentlichen Leitungswiderstand verstanden, repräsentirt wird, zu multipliciren, für eine andere Reihe — vielleicht alle magnetische Metalle — aber mit $\sqrt{s}$.

Der Umstand, dass bei einigen Metallen der Widerstand wächst, bei andern abnimmt, wenn die Stromstärke zunimmt, schliesst fast alle Fehlerquellen aus, die etwa qualitativ zur Erlangung obiger Resultate beigetragen haben sollten.

Ein ferneres Resultat ist:

3. Dass bei der ersten sub 2 genannten Reihe von Metallen der Widerstand mit der Dauer des Stromes wächst, bei den darauf untersuchten der zweiten Reihe aber abnimmt.

Schon dieses Verhalten, und noch mehr die jedenfalls kleine Änderung in der Zeit der Versuche, aus denen die Resultate sub 2 gewonnen wurden, schliessen auch diesen Vorgang für die qualitative Beirrung der Resultate sub 2 aus.